

## ІГРОВІ МЕТОДИ АНАЛІЗУ КІБЕРАТАК НА ІНФОРМАЦІЙНУ СФЕРУ

В статті розроблено ігрові методи аналізу кібератак на інформаційну сферу, що дозволяють оцінювати можливості противника при їх групових та поодиноких проявах.

Ключові слова: кібератака, ігровий підхід, оптимальний цикл.

*Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими практичними завданнями.* Прийняття рішення на відбиття кібернападу на інформацію, що реалізується у вигляді кібератак на інформаційну сферу підприємства, організації або держави є однією з найважливіших задач інформаційної безпеки. При розробці системи безпеки інформаційної сфери необхідно знати, які кібератаки можуть бути реалізовані зловмисниками. Також необхідно враховувати, що зловмисників може бути декілька і, відповідно, кібератак може бути також декілька. При чому кібератаки можуть здійснюватися як одночасно, так і послідовно. Тому передбачити час кібернападу та час реалізації кібератак на сьогодні з використанням класичних методів практично не можливо.

*Аналіз останніх досліджень і публікацій* показує, що розв'язання подібних задач в умовах невизначеності функціонування інформаційної сфери і системи захисту, а також дій зловмисників, використовуються різні методи аналізу. Головним призначенням відомих методів їх є забезпечення гарантованості та достовірності отримуваних оцінок. Одним з підходів, що дозволяє забезпечити виконання висунутим вимогам є ігровий підхід, в основу якого покладено методологію теорії ігор [1–4]. Зважаючи на це, *метою статті* є розробка ігрових методів аналізу кібератак на інформаційну сферу.

*Викладення основного змісту дослідження.* Відповідно до теорії ігор приймемо наступну термінологію: гра – кібернапад на інформаційну сферу; зловмисник (противник) – гравець кібернападу; реалізація гри – кібератака; ціль зловмисника – плата гравця за реалізацію обраної стратегії кібернападу та реалізації відповідної кібератаки.

Розглянемо безкоаліційну кібератаку  $A$   $n$  гравців кібернападу на інформаційну сферу

$$A = \langle N, \{x_i\}_{i \in N}, \{f_i(x)_{i \in N}\} \rangle, \quad (1)$$

де  $n$  – кількість гравців кібернападу, яка визначена на множині  $N$ ,  $n \in \{N\}$ ,  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ ;  $i$  – номер гравця кібернападу,  $i \in \{N\}$ ;  $x_i$  – стратегія  $i$ -го гравця кібернападу,  $x_i \in \{X_i\}$ ;  $f_i(x)$  – плата  $i$ -го гравця кібернападу в кібератаці  $A$  при виборі  $n$  гравцями власних стратегій  $x$  кібернападу,  $x \in \{X\}$ . У кібератаці  $A$  кожен  $i$ -й гравець кібернападу використовує довільну стратегію кібернападу  $x_i \in X_i \subseteq \Theta$ . Тоді в результаті реалізації кібератаки  $A$  формується ситуація  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in X = \prod_{i \in N} X_i$ .

Плата за успішну кібератаку  $i$ -го гравця кібернападу має вигляд квадратичної функції

$$f_i(x) = x M^{(i)} x^T, \quad (2)$$

де  $M^{(i)}$  – симетрична скалярна квадратична матриця, причому  $m_{ii}^{(i)} < 0$ ;  $x^T$  – вектор стовпець.

Метою кібернападу для  $i$ -го гравця в кібератаці (1) є вибір такої стратегії  $x_i \in X_i$ , щоб в ситуації  $x$ , яка склалася, успіх від її реалізації був найбільшим, тобто

$$f_i(x) \rightarrow \max. \quad (3)$$

При формалізації  $\Theta$ -оптимального циклу в кібератаці  $A$  (1) на інформаційну сферу передбачається оперуванням поняття рівноваги за Нешем [1].

Розглянемо упорядковане сімейство підатак зі зв'язаними стратегіями, яке породжується вихідною кібератакою  $A$  і деяким відношенням порядку  $\Theta$ . Введемо поняття оптимальної підтримки атаки і встановимо властивості таких атак.

Підатакою зі зв'язаними стратегіями  $A_B$ , що породжена кібератакою  $A$ , будемо називати набір

$$A_B = \langle N, B, \{f_i(x)_{i \in N}\} \rangle, \quad (4)$$

де  $B$  – непуста підмножина  $X$ . У підатаці  $A_B$  (4) гравці кібернападу обирають свої стратегії так, щоб ситуація  $x \in B$ . Такий вибір, як правило, досягається в ході попередньої домовленості.

Нехай  $A(X) = \{A_B \mid B \in X, B \neq \emptyset\}$  – множина підатак, що можуть бути породжені кібератакою  $A$ . Формалізуємо відношення порядку  $\Theta$  на множині  $A(X)$ . Нехай  $A_{B_1}$  і  $A_{B_2}$  – підатаки, що породжені кібератакою  $A$ , причому  $B_1 \subsetneq B_2$ . Будемо стверджувати, що перший гравець в ситуації  $x^* = \{x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*\} \in B_1$  володіє "загрозою відмови" від підатаки  $A_{B_1}$ , якщо існує стратегія  $x_1^z \in X_1$  така, що ситуація  $\{x_1^z, x_2^*, \dots, x_n^*\} \in B_2 \setminus B_1$  і для довільного набору  $\{x_1, x_2^*, \dots, x_n^*\} \in B_1$  виконується умова

$$f_1(x_1^z, x_2^*, \dots, x_n^*) > f_1(x_1, x_2^*, \dots, x_n^*). \quad (5)$$

За аналогією визначається "загроза відмови" від підатаки  $A_{B_1}$  й для інших гравців кібернападу.

На множині підатак  $A(X)$  введемо бінарне відношення частинного порядку.

*Визначення 1.* Підатака  $A_{B_1} \in A(X)$  зв'язана відношенням  $\Theta$  з підатакою  $A_{B_2} \in A(X) \times (A_{B_1} \Theta A_{B_2})$ , якщо:

- 1)  $B_1 \subsetneq B_2$ ;
- 2) для будь-якої ситуації  $x \in B_1$  у всіх гравців кібернападу відсутні "загрози відмови" від підатаки  $A_{B_1}$ .

Якщо підатака  $A_{B_1}$  не зв'язана відношенням  $\Theta$  з підатакою  $A_{B_2}$ , то незв'язність підатак матиме вигляд  $A_{B_1} \bar{\Theta} A_{B_2}$ .

*Визначення 2.* Підатаку  $A_B \in A(X)$  назвемо  $\Theta$ -мінімальною в  $A(X)$ , якщо не існує такої підатаки  $A_{B^*} \in A(X)$ , що  $A_B \Theta A_{B^*}$ .  $\Theta$ -оптимальною підатакою упорядкованого сімейства підатак  $\langle A(X), \Theta \rangle$  називається така  $\Theta$ -мінімальна підатака  $A_{B^*}$ , для якої виконуються наступні умови  $A_{B^*} \neq A \Rightarrow A_{B^*} \Theta A$ .

Виходячи зі сформульованого визначення  $\Theta$ -оптимальна підатака володіє наступними властивостями.

*Властивість 1.* Якщо  $A_{B^*}$  –  $\Theta$ -оптимальна підатака, причому  $B^* = \{x^*\}$ , то ситуація  $x^*$  є рівновагою за Нешем у вихідній кібератаці і, навпаки, будь-якій рівновазі за Нешем  $x^e$  у вихідній кібератаці  $A$ , відповідає  $\Theta$ -оптимальна підатака  $A_{\{x^*\}}$ .

Властивість 1 безпосередньо впливає з визначення 2. Властивість 2 показує, що концепція " $\Theta$ -оптимальності" в частинному випадку співпадає з позицією рівноваги за Нешем.

*Властивість 2.* Якщо множина ситуацій  $\Theta$ -оптимальної підатаки  $A_{B^*} \in A(X)$  не одноелементна, то для будь-якої ситуації  $x^* \in B^*$  стратегія хоча б одного з гравців кібернападу є найкращою

$$\max_{x_2 \in X_2} f_2(x_1^*, x_2, \dots, x_n^*) = f_2(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*), \quad (6)$$

тобто такою, що відповідає умовам екстремізації (3) функції (2).

Якщо властивість 2 не виконується, то хоча б один з гравців кібернападу із загрозою  $x_1^z \in X_1$  впливає на ситуацію  $x^* = \{x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*\} \in B_1$ , причому існує така єдина ситуація  $\{x_1^z, x_2^*, \dots, x_n^*\} \in B^*$ , для якої виконується умова

$$\max_{x_1 \in X_1} f_1(x_1, x_2^*, \dots, x_n^*) = f_1(x_1^z, x_2^*, \dots, x_n^*). \quad (7)$$

Властивість 2 відповідає ситуації, для якої спочатку підатаку реалізує другий гравець кібернападу, а потім перший з множини  $N$ ,  $n \in \{N\}$ .

*Властивість 3.* Якщо множина ситуацій  $B^*$   $\Theta$ -оптимальної підатаки  $A_{B^*} \in A(X)$  містить ситуацію  $\{x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0\}$ , яка ізольована точкою множини  $B^*$ , то  $B^*$  є скінченною множиною [2].

*Лема 1.* Введене відношення  $\Theta$  на множині підатак  $A(X)$  є відношенням строгого порядку.

Доведення. Бінарне відношення  $\Theta$  буде відношенням строгого порядку тоді і тільки тоді, коли воно є антирефлексивним, тобто для будь-якої підатаки  $A_B \in A$  виконується умова

$$A_B \bar{\Theta} A_M \quad (8)$$

і транзитивним, якщо

$$(A_{B_1} \Theta A_{M_2}) \wedge (A_{B_2} \Theta A_{B_n}) \Rightarrow (A_{B_1} \Theta A_{B_n}) \quad (9)$$

для будь-яких довільних підатак  $A_{B_1}, A_{B_2}, \dots, A_{B_n} \in A$ . Умови антирефлексивності та транзитивності бінарного відношення  $\Theta$  впливають з п. 1 визначення 1 та транзитивності включення множин і визначення поняття "загроза відмови" від підатаки.

*Зауваження 1.* Якщо множина ситуацій  $X = X_1 \times X_2$  кібератаки  $A$  не є одноелементною, то знайдуться різні підатаки, які не зв'язані відношенням  $\Theta$ .

Так, нехай  $x^1$  та  $x^2$  є різними ситуаціями кібернападу  $A$ , тоді  $A_{\{x^1\}} \bar{\Theta} A_{\{x^2\}}$  і  $A_{\{x^2\}} \bar{\Theta} A_{\{x^1\}}$

*Твердження 1.* Нехай  $L$  – компактний метричний простір, а відношення  $<$  – є строгим неперервним порядком [2]. Тоді для довільного елементу  $l \in L$  існує мінімальний елемент  $l_0 \in L$ , але такий що  $l_0 < l$  або  $l_0 = l$ .

*Лема 2.* Пара  $(L_C, d_h^A)$  є компактним метричним простором.

Доведення. Визначимо, що  $L_C = \{A_B \mid B \in \text{comp}(X_1 \times X_2), B \neq \emptyset\}$  – множина всіх непустих компактних підатак кібератаки  $A$ . Відстанню в  $L_C$  назовемо таку функцію  $d_h^A: L_C \times L_C \rightarrow \Theta$ , для якої виконується умова

$$d_h^A(A_{B_1}, A_{B_2}) = d_h(B_1, B_2), \quad \forall A_{B_1}, A_{B_2}, \quad (10)$$

де  $d_h(B_1, B_2)$  – Хаусдорфова відстань між підатаками  $A_{B_1}$  та  $A_{B_2}$ , що є відстанню між компактними множинами ситуацій цих підатак.

Відомо [2], що множина всіх непустих компактних підмножин компактної множини разом з Хаусдорфовою відстанню утворюють компактний матричний простір (сферу).

Доведемо неперервність строгого порядку  $\Theta$  відносно топології, що визначається метричним простором  $(L_C, d_h^A)$ .

Підатака  $A_{B^*} \in L_C$  є нижньою (верхньою) границею множини кібератак  $V \subset L_C$ , якщо для всякого елементу  $A_B \in V$ , або  $A_{B^*} \Theta A_B$ . Порядок  $\Theta$  буде неперервним відносно топології, що визначається матричним простором  $(L_C, d_h^A)$ , якщо довільна нижня і довільна верхня границі довільної множини  $V \subset L_C$  є відповідно нижньою та верхньою границею для його замикання.

*Лема 3. Відношення  $\Theta$  є неперервним відносно топології матричного простору.*

Доведення. Нехай  $V$  – довільне сімейство підатак, тобто  $V \subset L_C$ . Розглянемо множини

$$\begin{aligned} L_V &= \left\{ A_B \in L_C \mid \left( \forall A_{B_1} \in V \right) (A_B \Theta A_{B_1}) \text{ або } (A_B = A_{B_1}) \right\}, \\ L_{\bar{V}} &= \left\{ A_B \in L_C \mid \left( \forall A_{B_1} \in \bar{V} \right) (A_B \Theta A_{B_1}) \text{ або } (A_B = A_{B_1}) \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

У виразі (11)  $\bar{V}$  – це замикання множини  $V$ ,  $L_V \subset L_{\bar{V}}$ . Прийmemo від супротивного, що існує така підатака  $A_{\hat{B}}$ , для якої  $A_{\hat{B}} \in L_V$  і  $A_{\hat{B}} \notin L_{\bar{V}}$ . Тоді знайдеться така підатака  $A_{B_1} \in \bar{V}$  для якої

$$A_{B_1} \Theta A_{\hat{B}}, \quad (12)$$

або

$$A_{B_1} \bar{\Theta} A_{\hat{B}} \text{ і } A_{\hat{B}} \bar{\Theta} A_{B_1}, \quad (13)$$

при цьому  $A_{B_1} \notin V$ .

Припустимо, що виконується умова (12). Тоді виходячи з того, що  $A_{B_1}$  є граничною точкою множини  $V$ , маємо

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists A_{B_1} \in \left( V \cap R_{d_h^A}(A_{B_1}, \varepsilon) \right), \quad (14)$$

де  $R_{d_h^A}(A_{B_1}, \varepsilon)$  – відкритий шар у метричному просторі  $\langle L_C, d_h^A \rangle$  з центром в точці  $A_{B_1}$  і радіусом  $\varepsilon$ . Оскільки було прийнято припущення  $A_{B_1} \Theta A_{\hat{B}}$ , то  $B_1 \subsetneq \hat{B}$ , виходячи з якого  $A_{\hat{B}} \in L_V$  і для довільних

$$A_{B_1} \in V \cap R_{d_h^A}(A_{B_1}, \varepsilon), \quad (15)$$

справедливим є відношення  $A_{\hat{B}} \Theta A_{M_1}$ . Звідси отримуємо, що для довільної підатаки

$$A_{B_1} \in \left( V \cap R_{d_h^A}(A_{B_1}, \varepsilon) \right) \quad (16)$$

виконується  $\hat{B} \subsetneq B_\varepsilon$ . Таким чином, справедливим є виконання умови  $B_1 \subsetneq \hat{B} \subsetneq B_\varepsilon$ .

Прийmemo  $\varepsilon = n^{-1}$  і розглянемо збіжну до  $A_{B_1}$  послідовність вигляду

$$\left\{ A_{B_n} \mid A_{B_n} \in \left( V \cap R_{d_h^A}(A_{B_1}, \varepsilon) \right) \right\}. \quad (17)$$

Наблизивши кількість гравців  $n \rightarrow \infty$  (відповідає випадку DDoS-атаки) встановлюємо, що Хаусдорфова відстань  $d_h^A(A_{B_n}, A_{B_1})$  наближається до нуля, тобто  $d_h^A(A_{B_n}, A_{B_1}) \rightarrow 0$ , але при цьому виконується нерівність

$$d_h^A(A_{B_n}, A_{B_1}) \geq d_h^A(A_{B_n}, A_{\hat{B}}) = d > 0. \quad (18)$$

Отримане протиріччя доводить, що відношення (12) не виконується. Аналогічні міркування призводять до протиріччя й для умов (13).

Таким чином, отримуємо  $T_V \subset T_{\bar{V}}$ , тобто довільна нижня границя довільної множини  $V \subset L_C$  є нижньою границею і для його замикання. Так само встановлюється справедливості аналогічного твердження для верхніх границь. Отже, порядок відношення  $\Theta$  є неперервним відносно вказаної топології.

*Теорема 1. Нехай в кібератаці  $A$  (1):*

*1) множини  $X_i \in \text{compr } \Theta^{n_i}$ ,  $y \in \text{compr } \Theta^m$ ;*

*2) функції плати  $f_i(x_1, x_2, y)$  неперервні на інтервалі  $X_1 \times X_2 \times Y$ ,  $i = 1, 2$ .*

*Тоді існує підатака  $A_{B^*}$ , яка є  $\Theta$ -оптимальною підатакою впорядкованої множини  $\langle A, \Theta \rangle$ , причому  $B^* \in \text{compr}(X_1 \times X_2)$  [3].*

**Доведення.** На основі твердження 1 і доведених лем маємо. Для кібератаки  $A$  знайдеться така мінімальна підатака  $A_{B^*} \in L_C$ , для якої виконуються умови  $A_{B^*} \Theta A$ , або  $A_{B^*} = A$ . Це означає, що мінімальна підатака  $A_{B^*}$  є  $\Theta$ -оптимальною.

Нехай  $\Theta$ -оптимальна підатака має декілька ситуацій. Згідно з властивістю 2, структуру множини ситуацій кінцевої  $\Theta$ -оптимальної підатаки подамо циклом, кожній з вершин якого відповідає ситуація, коли принаймні хоча б один гравець володіє загрозою на дану ситуацію. У подальшому даний цикл будемо називати  $\Theta$ -оптимальним.

Обґрунтуємо достатні умови існування вказаного циклу для кібератаки (1).

**Лема 4.** Нехай в кібератаці множина стратегій будь-якого  $i$ -го гравця кібернападу  $X_i = \Theta$ , кожна матриця  $W^{(i)}$  є симетричною, елементи якої  $w_{ii}^{(i)} < 0$ . Розглянемо визначник  $\Delta$ ,  $i$ -й рядок якого є  $i$ -м рядком матриці  $W^{(i)}$ . Тоді, якщо  $\Delta \neq 0$ , то в кібератаці (1) існує єдина ситуація рівноваги за Нешем, тобто:  $x^\varepsilon = (0, 0, \dots, 0)$ .

Позначимо  $E_n^{(i)}$   $i$ -й рядок одиничної  $n \times n$  матриці й розглянемо рядок

$$W_i^{*(i)} = -(w_{ii}^{(i)})^{-1} (W_i^{(i)} - w_{ii}^{(i)} E_n^{(i)}), \quad (19)$$

де  $W_i^{(i)}$  –  $i$ -й рядок матриці  $W^{(i)}$ .

Розглянемо лінійне перетворення простору  $\Theta^n$  у себе, матриця  $G_i$  якого утворюється із одиничної  $n \times n$  матриці шляхом заміни  $i$ -го рядка рядком  $W_i^{*(i)}$ . Дане перетворення переводить вектор  $x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$  у вектор  $G_i(x) = (x_1, \dots, x_i^*, \dots, x_n)$ , де стратегія  $x_i^*$  є такою, що виконується умова

$$\max_{x_i \in X_i} f_i(x_1, x_i, \dots, x_n) = f_i(x_1, x_i^*, \dots, x_n). \quad (20)$$

Лема 5. Нехай умови леми 4 виконуються, а визначник  $\Delta^*$  визначається як  $\Delta^* = \det[(G_n G_{n-1} \dots G_2 G_1)^2 - E_n] = 0$ . Тоді існує  $\Theta$ -оптимальний цикл, який містить не більше  $2n$  вершин.

Доведення. Умова рівності визначника  $\Delta^* = 0$  є необхідною та достатньою умовою для існування ненульового власного вектору  $x^0 \in \Theta^n$  лінійного оператора  $G^* = (G_n G_{n-1} \dots G_2 G_1)^2$ , такого, що  $G^*(x^0) = x^0$ . Оскільки умови леми 4 виконуються, то вектор  $x^0$  не буде ситуацією рівноваги за Нешем. Як результат утворюється кінцева послідовність вершин  $\{G_1(x^0), G_2[G_1(x^0)], \dots, G^*(x^0)\}$ , у якій не усі елементи однакові. Поряд з тим, деякі елементи можуть співпадати, а тому кількість вершин  $\Theta$ -оптимального циклу може бути меншою  $2n$ .

Кінцевому  $\Theta$ -оптимальному циклу, що породжений підатакою  $A_{B^*}$ , поставимо у відповідність багатокрокову атаку  $J$  з повною інформацією наступним чином. Ототожнимо кожну ситуацію  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in B^*$  обраної  $\Theta$ -оптимальної підатаки з вершиною деревоподібного графу, тобто скінченного графу без циклів [3]. Зафіксуємо деяку ситуацію  $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \in A_{B^*}$  та назовемо її початковою вершиною графа. Розглянемо розбиття множини вершин  $B^*$  на  $n$  множин:  $B_1^*, B_2^*, \dots, B_n^*$ , попарний перетин яких є пустим, де  $B_i^*$  – множина черговості  $i$ -го гравця,  $i \in N$ . Для кожної ситуації  $x \in B_i^*$  тільки  $i$ -й гравець має право на реалізацію підатаки. При цьому він обирає таку стратегію  $x_i \in X_i$ , для якої в ситуації  $(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$  він реалізує рівність (20).

Добавимо до сукупності вершин  $B^*$  множину  $B^{**}$ , яку назовемо набором скінченних позицій. На множині скінченних позицій  $B^{**}$  визначимо функцію успішної підатаки  $i$ -го гравця  $H_i(x)$ ,  $x \in B^{**}$  як середнє значення функції  $f_i(x)$ ,  $x \in X$  на всьому шляху в графі від початкової вершини  $x^0$ , до фінальної позиції. Якщо в результаті послідовного вибору вершин (позицій) обрано послідовність  $p = (x^0, x^1, \dots, x^{k-1}, x^k)$ , яка реалізує шлях у деревоподібному графі виходячи з початкової позиції  $x^0$  і такої, що досягає однієї з кінцевих позицій підатаки  $x^k$ , то

$$H_i(x^k) = \frac{f_i(x^0) + f_i(x^1) + \dots + f_i(x^{k-1})}{k}. \quad (21)$$

Решта шляху називається варіантом багатокрокової підатаки.

Розглянемо таке багатозначне відображення  $F$  множини  $B = B^* \cup B^{**}$  в  $B$ , яке кожному елементу  $x \in B$ , встановлює у відповідність деяку підмножину  $F_x \subset B$  згідно правила:  $F_x = \emptyset$ , якщо  $x \in B^{**}$ ;  $F_x = \{(x_1, \dots, x_i^*, \dots, x_n), x^*\}$ , якщо  $x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \in B^*$ . При цьому виконується умова (5) й  $x \in B^{**}$ , а  $i$ -й гравець має право на підатаку.

У визначених рівностях передбачається, що  $x \neq x^0$  і  $(x_1, \dots, x_i^*, \dots, x_n) \neq x^0$ . В протилежному випадку вважаємо, що  $F_x = \{x^*\}$ , де  $x^* \in B^{**}$ . Дана умова гарантує скінченність багатокрокової підатаки.

Підатака відбувається наступним чином. Нехай в ситуації  $x^0$  перший гравець володіє загрозою  $x_1^z$ . Реалізуючі загрозу – атакуючи, гравець обирає вершину  $x^1 \in F_{x^0}$ . Якщо вона не фінальна, то у вершині  $x^1$  реалізує загрозу другий гравець і обирає вершину  $x^2 \in F_{x^1}$  і т.д.

Підатака припиняється тоді, коли хоча б один з гравців досягне фінальної вершини  $x^k$ , для якої  $F_{x^k} = \emptyset$ .

З причини деревоподібної структури графу побудованої підатаки  $J$ , кожна атакуюча ситуація однозначно визначає фінальну ситуацію, до якої вона призводить і, навпаки, кінцева позиція однозначно визначає атакуючу ситуацію. В фінальній ситуації  $x$  кожен гравець кібернападу  $i$  отримує інформацію, що атакує  $H_i(x)$ .

*Визначення 3.* Узагальненою рівновагою в кібератаці  $A$  називається ситуація абсолютної рівноваги [4] в багатокроковій підатаці  $J$  з початковою ситуацією  $x^0$ , яка відповідає  $\Theta$ -оптимальній підатаці вихідної кібератаки.

*Теорема 2.* Якщо у вихідній кібератаці  $A$  існує  $\Theta$ -оптимальна підатака  $A_B$ , то існує узагальнена рівновага в кібератаці  $A$ .

Дана теорема впливає з ситуації абсолютної рівноваги у будь-якій багатокроковій підатаці з повною інформацією на кінцевому деревоподібному графі.

*Висновки та перспективи подальших досліджень.* В статті розглянуто та проаналізовано можливі кібератаки та підатаки на інформаційну сферу при формалізації  $\Theta$ -оптимального циклу.

Розроблені ігрові методи аналізу дозволяють оцінювати як поодинокі, так і групові кібератаки. Це дозволяє отримувати гарантовані й достовірні оцінки рівня захищеності інформації від кібератак на інформаційну сферу.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Воробьёв Н. Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры / Н. Н. Воробьёв. – М. : Наука, 1984. – 272 с.
2. Шрейдер Ю. А. Равенство, сходство, порядок / Ю. А. Шрейдер. – М. : Наука, 1971. – 126 с.
3. Гришук Р. В. Теоретичні основи моделювання процесів нападу на інформацію методами теорій диференціальних ігор та диференціальних перетворень : монографія / Р. В. Гришук. – Житомир : РУТА, 2010. – 280 с.
4. Гришук Р. В. GIGW гібридна P-L-модель процесу нападу на інформацію / Р. В. Гришук, В. О. Хорошко // Вісник СХУЯЕиП. – Севастополь, СХУЯЕтаП, 2009. – № 2 (30). – С. 153–160.

Надійшла: 15.12.2011

Рецензент: д.т.н., проф. Щербак Л.М.